ОЛИМПИАДА ПО ВЫСШЕЙ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ «ЭРУДИТ»

1 курс

|  |  |
| --- | --- |
| А1 | Вычислите $A^{n}$, где $A=\left(\begin{matrix}1&1&-1\\0&-1&1\\0&0&1\end{matrix}\right)$. |
|  |  |
| А2 | Элемент $a\_{ij}$ определителя порядка *n* равен остатку от деления суммы индексов $i+j$ на некоторое число *m*. Найдите, при каком наименьшем *n* определитель будет равен нулю. |
|  |  |
| Г1 | Постройте график кривой $4x^{4}-y^{4}-4x^{2}+1=0$ и опишите процесс построения. |
|  |  |
| Г2 | В пространстве заданы точки А(1;1;1), В(3;-3;3), С(6;-1;0) и D(7;1;-2). Доказать, что АВСD-плоский, невырожденный и выпуклый. |
|  |  |
| MA1 | Вычислите предел$$\lim\_{n\to +\infty }\left(\frac{9}{20}+\frac{41}{400}+…+\frac{4^{n}+5^{n}}{20^{n}}\right).$$ |
|  |  |
| MA2 | Вычислите сумму $f\left(\frac{1}{2024}\right)+f\left(\frac{2}{2024}\right)+ …+f\left(\frac{2023}{2024}\right)$, если $f\left(x\right)=\frac{9^{x}}{9^{x}+3}$. |
|  |  |
| ЭМ1 | Решите уравнение $\sqrt[6]{x^{2}+64}=2-\sqrt{\left|x\right|+9}$. |
|  |  |
| ЭМ2 | Докажите, что значением выражения $\sqrt[4]{17+\sqrt{288}}-\sqrt[4]{17-\sqrt{288}}$ является целое число. |

ОЛИМПИАДА ПО ВЫСШЕЙ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ «ЭРУДИТ»

2-5 курс

|  |  |
| --- | --- |
| А1 | Число *a* делится на 5 с остатком 2, а число *b* делится на 5 с остатком 4. Найдите остаток от деления $a^{3}-b^{3}$ на 5. |
| А2 | Элемент $a\_{ij}$ определителя порядка *m* равен остатку от деления суммы индексов $i+j$ на число *m*. Вычислите этот определитель. |
| Г1 | Дана вершина (3;5)равнобедренного треугольника. Уравнение его основания $x-2y+12=0$. Площадь этого треугольника равна 15/2. Найти уравнение его боковых сторон. |
| Г2 | Уравнение однополостного гиперболоида вращения имеет вид $\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{a^{2}}-\frac{z^{2}}{c^{2} }=1$. Найти отношение $\frac{a}{c}$, при котором угол между прямолинейными образующими гиперболоида, лежащими в перпендикулярных плоскостях, составляет 30 градусов. |
| MA1 | Найдите функцию $f\left(x\right)$, удовлетворяющую условиям$$\left\{\begin{array}{c}f^{'}\left(x\right)=f^{'}\left(x+1\right);\\f\left(x\right)+f\left(x+1\right)=2x.\end{array}\right.$$ |
| MA2 | Для изготовления фигурной оградки высотой 7дм (в самой верхней точке) был разработан проект одной её секции, верхняя граница которой представляет собой три волны синусоиды$y=\sin(x)$, где *x* и *y* измеряются также в дециметрах. Для покрытия краской оградки требуется знать её площадь. Найдите площадь одной секции. |
| ЭМ1 | Решите уравнение $\arcsin(2^{x-1})-\frac{π}{2}=log\_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2-x}\right)$. |
| ЭМ2 | Последовательность $a\_{1}, a\_{2},a\_{3},…$ задана первыми двумя членами $a\_{1}=4, a\_{2}=5$ и законом $a\_{n+2}=\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}} (n=1, 2, 3,…)$. Найдите $a\_{2024}$. |